

ĐỖ ĐỨC THÁI

ÔN LUYỆN THI ĐẠI HỌC

MÔI TRƯỜNG

GIẢI TÍCH

- SOẠN THEO HƯỚNG CÁI TIẾN RA ĐỀ THI
CỦA BỘ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
- NHỮNG BÀI TOÁN ĐIỂM HÌNH THEO TÙNG CHỦ ĐỀ
- DÙNG CHO ÔN LUYỆN THI ĐẠI HỌC - CAO ĐẲNG
TỐT NGHIỆP THPT



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

PGS.TSKH. ĐỖ ĐỨC THÁI

ÔN LUYỆN THI ĐẠI HỌC MÔN TOÁN **GIẢI TÍCH**

- * *Soạn theo hướng cải tiến ra đề thi của Bộ Giáo dục - Đào tạo*
- * *Những bài toán điều hình theo từng chủ đề*
- * *Dùng cho ôn luyện thi Đại học – Cao đẳng và tốt nghiệp THPT*

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc **NGUYỄN VĂN THỎA**
Tổng biên tập **NGUYỄN THIỆN GIÁP**

Biên tập:

NGUYỄN NAM

Sửa bản in:

CHÍ HIẾU

Trình bày bìa

HỒNG HẠNH

ÔN LUYỆN THI ĐẠI HỌC MÔN TOÁN : GIẢI TÍCH

Mã số: 01.34-ĐH.2003

In 1500 cuốn, tại Công ty In và Văn hoá phẩm Bộ VHTT.

Số giấy phép xuất bản: 177/120/CXB. Số trích ngang: 69 KH/XB.

In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2003.

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
<i>Lời nói đầu</i>	4
CHƯƠNG 1. KHẢO SÁT HÀM SỐ	
§1. Tương giao của hai đồ thị hàm số	5
§2. Tính đơn điệu của hàm số. Chứng minh bất đẳng thức bằng đạo hàm	34
§3. Cực trị địa phương	46
§4. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất	82
§5. Bài toán tiếp tuyến	99
§6. Tiếp tuyến kẻ từ một điểm cho trước đến đồ thị hàm số	119
§8. Đồ thị hàm số chứa giá trị tuyệt đối	135
CHƯƠNG 2. TÍCH PHÂN	
§1. Tích phân hàm hữu tỷ	143
§2. Tích phân hàm lượng giác	155
§3. Tích phân hàm vô tỷ	181
§4. Tích phân hàm siêu việt	188
§5. Hằng đẳng thức tích phân và ứng dụng	202
§6. Chứng minh bất đẳng thức tích phân	211
§7. Tích phân phụ thuộc N	226
CHƯƠNG 3. GIỚI HẠN HÀM SỐ	
§1. Giới hạn quy về thương của 2 đa thức	235
§2. Giới hạn đưa về $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1$	244
§3. Giới hạn đưa về $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$	252
§4. Giới hạn 1^∞	259
CHƯƠNG 4. TỔ HỢP VÀ ỨNG DỤNG	
§1. Giải tích tổ hợp	265
§2. Ứng dụng tổ hợp vào các bài toán tính toán	284

LỜI NÓI ĐẦU

Hiện nay có khá nhiều loại sách do các tác giả khác nhau biên soạn nhằm giúp cho bạn đọc có tài liệu ôn thi môn Toán. Nhiều bạn đọc mong muốn khi ôn luyện để chuẩn bị thi trong tay mình có một cuốn sách đáp ứng yêu cầu các kỳ thi: hết cấp THPT, thi vào Đại học, Cao đẳng... Đáp ứng yêu cầu đó, chúng tôi biên soạn bộ sách: “Ôn luyện thi Đại học môn Toán” dựa trên kinh nghiệm luyện thi Đại học qua nhiều năm và đặc biệt dựa theo hướng cải tiến ra đề thi của Bộ Giáo dục - Đào tạo kể từ năm 2002 trở đi.

Bộ sách “Ôn luyện thi Đại học môn Toán” gồm ba cuốn: Đại số, Giải tích và Hình học – Lượng giác. Ở mỗi cuốn sách trên đều được chọn lọc những nội dung theo các chương (chủ đề) sát với kiến thức cơ bản của chương trình trung học phổ thông.

Các ví dụ là những bài tập hay, chứa hàm lượng kiến thức phong phú nhằm rèn luyện kỹ năng giải toán sơ cấp một cách triệt để cho mọi trường hợp có thể, giúp bạn đọc tích lũy cho mình được kinh nghiệm giải những thể loại tương tự.

Tác giả hy vọng bộ sách này sẽ giúp bạn đọc ôn và luyện thi đạt kết quả theo ý muốn.

Tác giả

CHƯƠNG 1

KHẢO SÁT HÀM SỐ

§1. TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ HÀM SỐ

VÍ DỤ 1

Cho hàm số: $y = \frac{-2x - 4}{x + 1}$ (C)

1. Hãy khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (C).
2. Hãy biện luận số giao điểm của đường thẳng trên với đường thẳng (d): $2x - y + m = 0$

Trong trường hợp có hai giao điểm phân biệt M, N, hãy tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn thẳng MN.

LỜI GIẢI

1. Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

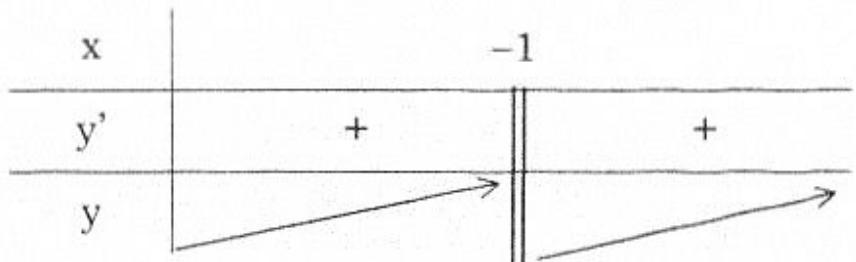
$$y' = \frac{-2(x+1) - (-2x-4).1}{(x+1)^2}$$

$$y' = \frac{2}{(x+1)^2} \quad \text{luôn dương } (\forall x \neq -1)$$

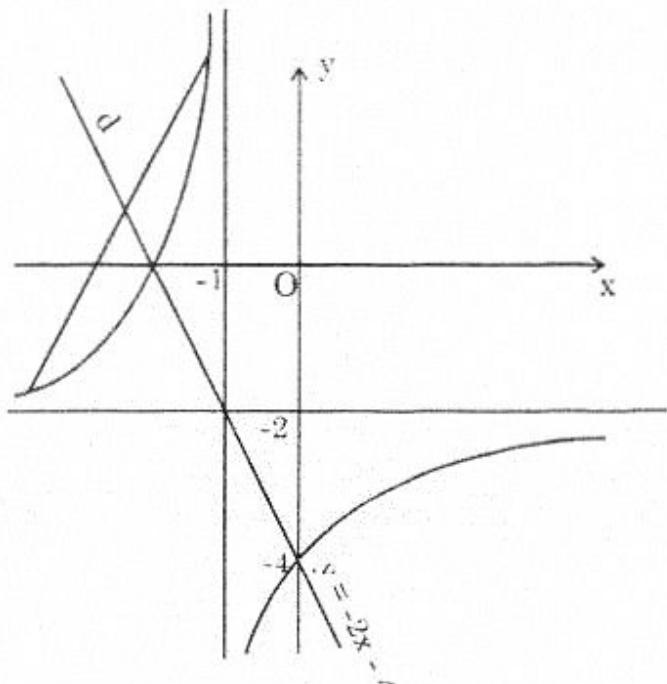
Đồ thị của hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$

Đồ thị của hàm số có tiệm cận ngang là $y = -2$

Bảng biến thiên:



Đồ thị:



2. Xét phương trình

$$2x + m = \frac{-2x - 4}{x + 1} \quad (x \neq -1)$$

$$\Leftrightarrow (2x + m)(x + 1) = -2x - 4$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + (m + 4)x + 4 + m = 0 \quad (*)$$

Với $x \neq -1$ thì số giao điểm của (C) với (d) bằng số nghiệm phân biệt của (*).

$$\text{Ta có : } \Delta = (4 + m)^2 - 8(4 + m)$$

$$\Delta = m^2 - 16$$

* Trường hợp 1: $\Delta = m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$ khi đó phương trình (*) vô nghiệm, suy ra (C) và (d) không cắt nhau.

$$* Trường hợp 2: \Delta = m^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -4 \end{cases}$$

khi đó phương trình (*) có một nghiệm. Vậy (C) và (d) không cắt nhau tại một điểm.

$$* Trường hợp 3: \Delta = m^2 - 16 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$$

khi đó phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt. Vậy (C) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Kết luận:

$-4 < m < 4$: (C) và (d) không cắt nhau.

$$\begin{cases} m = -4 \\ m = 4 \end{cases} \quad (C) \text{ và } (d) \text{ cắt nhau tại một điểm.}$$

$$\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases} \quad (C) \text{ và } (d) \text{ cắt nhau tại hai điểm.}$$

Trong trường hợp có hai nghiệm phân biệt M và N

Gọi I (x_I, y_I) là trung điểm của đoạn thẳng MN, khi đó tọa độ của trung điểm I được xác định như sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = -\frac{m+4}{4} \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_I = \frac{y_M + y_N}{2} = 2x_I + m \end{array} \right. \quad (2)$$

Từ (1) suy ra $m = -4x_I - 4$. Thay vào (2) ta có

$$y_I = (-4x_I - 4) + 2x_I$$

$$\Rightarrow y_I = -2x_I - 4$$

Giới hạn quỹ tích

$$+) m < -4 \Rightarrow \frac{m+4}{4} < 0 \Rightarrow -\frac{m+4}{4} > 0$$

$$\Rightarrow x_I > 0$$

$$+) m > 4 \Rightarrow \frac{m+4}{4} > 2 \Rightarrow \frac{m+4}{4} < -2.$$

$$\Rightarrow x_1 < -2$$

Kết luận: Vây quỹ tích trung điểm I là phần đường thẳng
 $\Delta: y = -2x - 4$ với $x < -2$ hoặc $x > 0$.

VÍ DỤ 2

Cho hàm số: $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 2}$ (C)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Tìm m sao cho đường thẳng $d_m: y = mx + 2 - m$ giao với (C) tại hai điểm phân biệt thuộc một nhánh của (C).

LỜI GIẢI

1. Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$y' = \frac{(2x+4)(x+2) - (x^2 + 4x + 1)}{(x+2)^2}$$

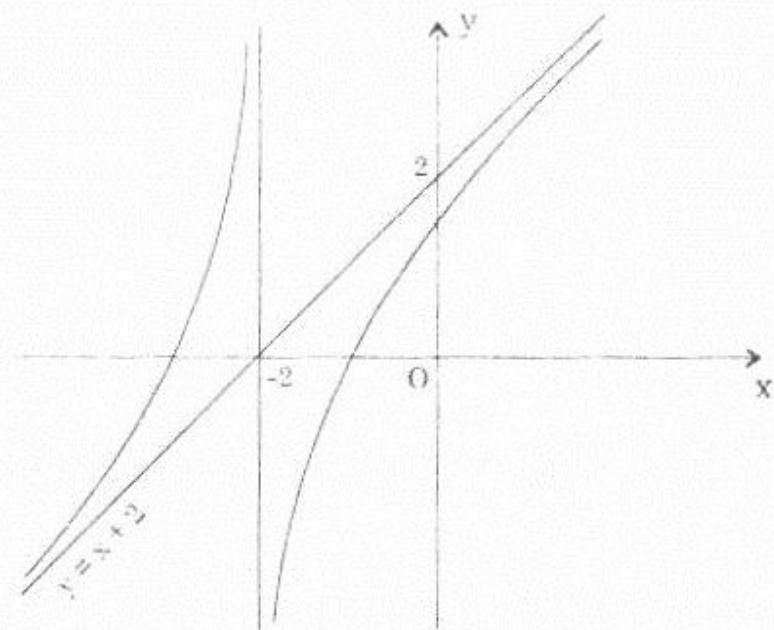
$$y' = \frac{x^2 + 4x + 7}{(x+2)^2} > 0 \quad (\forall x \neq -2)$$

Đồ thị của hàm số có tiệm cận đứng: $x = -2$, tiệm cận斜: $y = x + 2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	+		+
y			

Đồ thị



2. Phương trình hoành độ giao điểm

$$mx + 2 - m = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 2} \quad (x \neq -2)$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)(mx + 2 - m) = x^2 + 4x + 1$$

$$\Leftrightarrow (m - 1)x^2 + (m - 2)x + 3 - 2m = 0 \quad (*)$$

Đặt vế trái của (*) là $f(x)$.

Điều kiện để (*) có hai nghiệm phân biệt là

$$\begin{cases} m - 1 \neq 0 \\ \Delta = 9m^2 - 24m + 16 = (3m - 4)^2 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq \frac{4}{3} \end{cases}$$

Gọi $x_1 < x_2$ là hai nghiệm phân biệt của $f(x)$. Khi đó để giao điểm thuộc cùng một nhánh của (C) ta có: